Aufnahmeprüfung 2019 BMS gibb

Mathematik

Zeit:	75 Minuten
Hilfsmittel:	Schreibzeug, Geodreieck, Zirkel, Lineal, Taschenrechner
Hinweis:	Die Aufgaben sind unter Angabe aller Berechnungen und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen. Achten Sie auf eine saubere Darstellung. Die Seiten 14-16 stehen Ihnen bei Platzmangel zusätzlich zur Verfügung.
Punkte:	Jede der 6 Aufgaben wird mit je 6 Punkten bewertet.

Durch den/die KandidatIn auszufüllen:

Name	
Vorname	
Nummer	

Durch den/die ExpertIn auszufüllen:

Punkte	
Note	
Bemerkungen	

Aufgabe 1
(1a)b): je 2 Punkte, 1c)d): je 1 Punkt)

1a) Gegeben ist der Term $T(a,b) = \frac{a^2-ab}{b+3a}$.
Berechnen Sie den Wert des Terms, wenn $a = -1$ und $b = 2$.

Lösung: | 1a) |

Zerlegen Sie den Term in ein Produkt mit möglichst vielen Faktoren.

1b) $2xy^2 - 18x^3 =$

Lösung: | 1b) |

1c) $x^2 + 5x + 6 =$

Lösung: 1c)

1d) Kürzen Sie:
$\frac{ab}{ab+b} =$

Lösung: 1d)

Erreichte Punkte Aufgabe 1:

<u>Aufgabe 2</u>
(2a)-c): je 2 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichungen in der Grundmenge $\mathbb{G} = \mathbb{R}$.

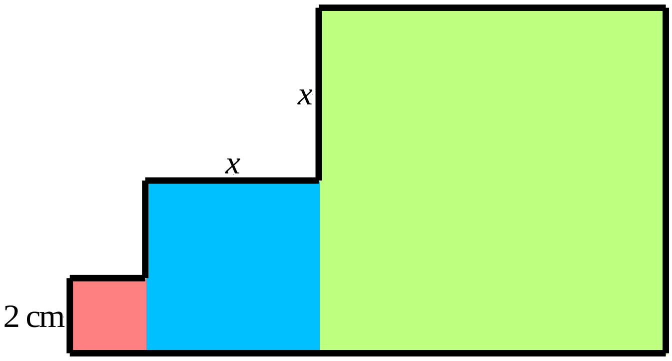
2a) $2x + (x + 2)^2 - (x - 1)^2 = x$

Lösungsmenge: 2a)

2b) $\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - 1 = \frac{1}{5}$

Lösungsmenge: 2b)

2c) Die drei farbigen Flächen sind Quadrate. Wie muss x gewählt werden, damit der Umfang der ganzen Figur 50 cm wird?



Lösung: 2c)

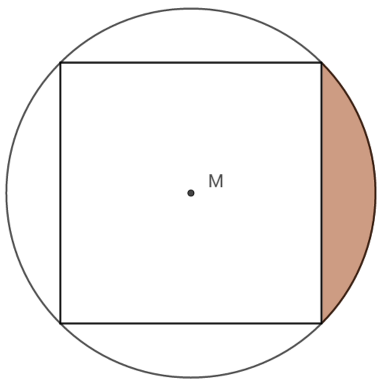
Erreichte Punkte Aufgabe 2:

<u>Aufgabe 3</u>
(3a)-c): je 2 Punkte)

3a) Berechnen Sie die Höhe h eines gleichseitigen Dreiecks allgemein aus der Seitenlänge a.
Die Herleitung muss ersichtlich sein.

Lösung: 3a)

Die beiden folgenden Aufgaben beziehen sich auf die untenstehende Skizze. Die Ecken des Quadrates liegen auf dem Kreis. Der Radius des Kreises ist 10 cm lang.



3b) Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Quadrates.

Lösung: 3b)

3c) Berechnen Sie den Flächeninhalt A der eingefärbten Fläche in der Einheit cm^2. Runden Sie das Ergebnis auf drei Nachkommastellen.

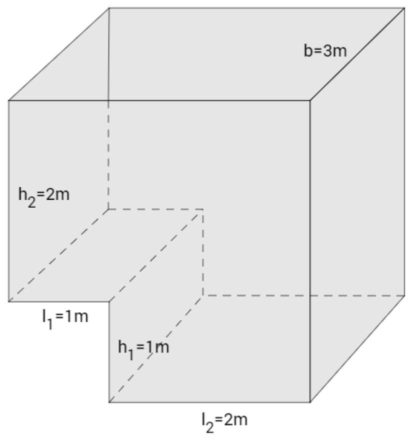
Lösung: 3c)

Erreichte Punkte Aufgabe 3:

<u>Aufgabe 4</u>

(4a)-d): je 1 Punkt, 4e): 2 Punkte)

Gegeben ist das nebenstehende Schwimmbecken.



4a) Berechnen Sie das Volumen des Schwimmbeckens in m^3.

Lösung: 4a)

4b) Geben Sie das Volumen des Schwimmbeckens in der Einheit cm^3 an. Schreiben Sie das Ergebnis mit Zehnerpotenzen.
Falls Sie Aufgabe 4a) nicht lösen konnten, dann nehmen Sie $V = 36\ \mathrm{m}^3$ an.

Lösung: 4b)

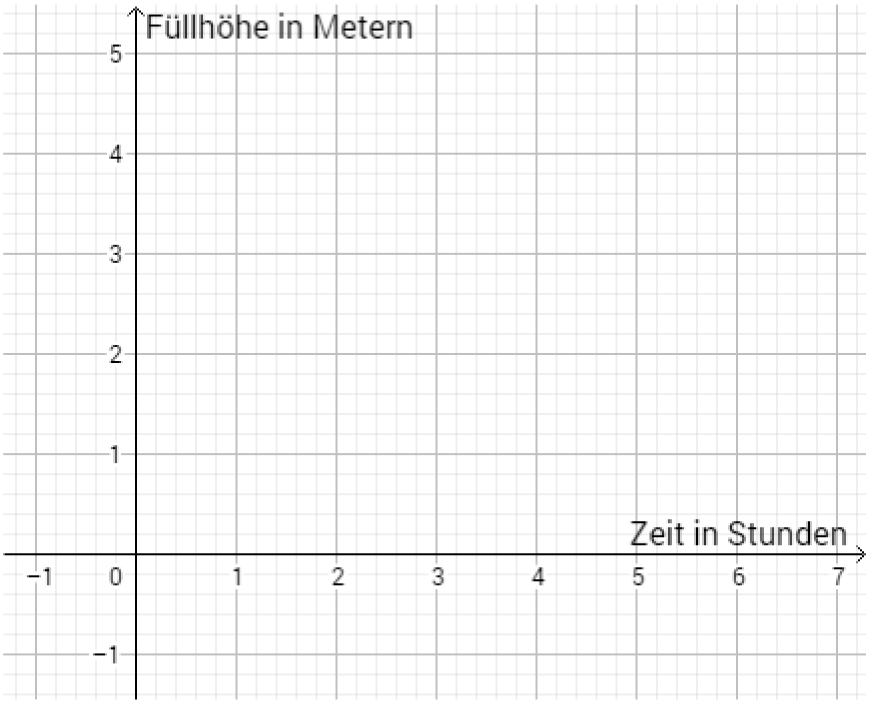
4c) Wie lange dauert der Füllvorgang (in Minuten), wenn 100 Liter pro Minute einfliessen?
Falls Sie Aufgabe 4a) nicht lösen konnten, dann nehmen Sie $V = 36\ \mathrm{m}^3$ an.

Lösung: 4c)

4d) Pro Minute fliessen 100 Liter Wasser ins Becken. Geben Sie die Formel zur Berechnung des eingefüllten Wasservolumens (in m^3) in Abhängigkeit der Zeit (in Stunden) an.

Lösung: 4d)

4e) Pro Minute fliessen 100 Liter Wasser ins Becken. Zeichnen Sie die Füllhöhe in Abhängigkeit der Zeit in das Koordinatensystem.



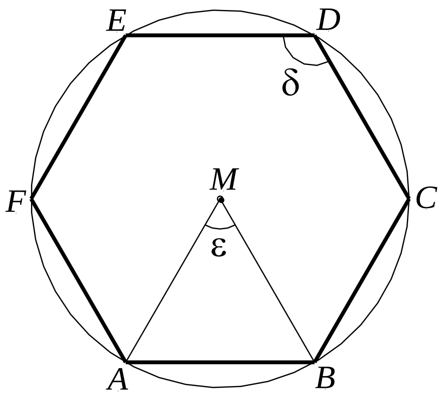
Lösung: 4e)

Erreichte Punkte Aufgabe 4:

Aufgabe 5
(5a)-c): je 2 Punkte)

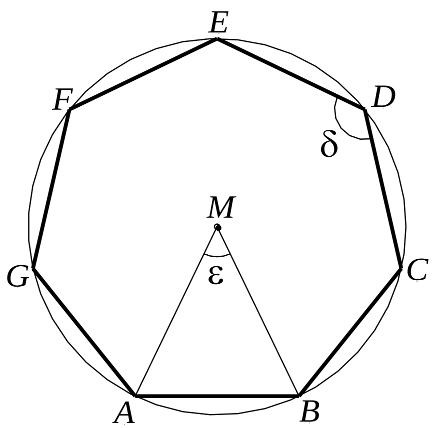
Hinweis: Ein reguläres n-Eck hat n gleich lange Seiten und einen Umkreis.

5a) Gegeben ist ein reguläres Sechseck. M ist der Umkreismittelpunkt.
Berechnen Sie den Zentriwinkel $\varepsilon = \sphericalangle AMB$ und den Innenwinkel $\delta = \sphericalangle CDE$.



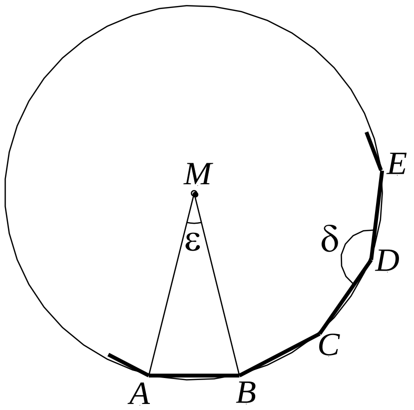
Lösung: 5a)

5b) Gegeben ist ein reguläres Siebeneck. M ist der Umkreismittelpunkt.
Berechnen Sie den Zentriwinkel $\varepsilon = \sphericalangle AMB$ und den Innenwinkel $\delta = \sphericalangle CDE$.
Runden Sie die Ergebnisse auf drei Nachkommastellen.



Lösung: 5b)

5c) Gegeben ist ein reguläres n-Eck. M ist der Umkreismittelpunkt.
Berechnen Sie den Zentriwinkel $\varepsilon = \sphericalangle AMB$ und den Innenwinkel $\delta = \sphericalangle CDE$ in Abhängigkeit von n.



Lösung:

5c)

Erreichte Punkte Aufgabe 5:

<u>Aufgabe 6</u>
(6a)b): je 1 Punkt, 6c)d): je 2 Punkte)

Bei einem Tischtennis-Turnier spielt jeder einmal gegen jeden.

6a) Wie viele Spiele finden mit 5 Teilnehmern statt?

Lösung:

6a)

6b) Wie viele Spiele finden mit 6 Teilnehmern statt?

Lösung:

6b)

6c) Wie viele Teilnehmer machen am Turnier mit, wenn 45 Spiele stattfinden?

Lösung: 6c)

6d) Wie viele Spiele finden mit *n* Teilnehmern statt?

Lösung: 6d)

Erreichte Punkte Aufgabe 6:

Aufnahmeprüfung 2019 BMS gibb

Mathematik

Lösungen

Zeit:	75 Minuten
Hilfsmittel:	Schreibzeug, Geodreieck, Zirkel, Lineal, Taschenrechner
Hinweis:	Die Aufgaben sind unter Angabe aller Berechnungen und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen. Achten Sie auf eine saubere Darstellung. Die Seiten 14-16 stehen Ihnen bei Platzmangel zusätzlich zur Verfügung.
Punkte:	Jede der 6 Aufgaben wird mit je 6 Punkten bewertet.

Durch den/die KandidatIn auszufüllen:

Name	
Vorname	
Nummer	

Durch den/die ExpertIn auszufüllen:

Punkte	
Note	
Bemerkungen	

Aufgabe 1
(1a)b): je 2 Punkte, 1c)d): je 1 Punkt)

1a) Gegeben ist der Term $T(a,b) = \frac{a^2-ab}{b+3a}$.
Berechnen Sie den Wert des Terms, wenn $a = -1$ und $b = 2$.

Lösungsweg:

$$T(-1,2) = \underbrace{\frac{(-1)^2-(-1)\cdot 2}{2+3\cdot(-1)}}_{(1P)} = \underline{\underline{-3}}$$

Lösung: 1a) $\underline{\underline{-3}}$ **(2P)**

Zerlegen Sie den Term in ein Produkt mit möglichst vielen Faktoren.

1b) $2xy^2 - 18x^3 =$

Lösungsweg:

$$2xy^2 - 18x^3 = 2x(y^2-9x^2) = \underline{\underline{2x(y+3x)(y-3x)}}$$

Nur eine Zerlegung: **(1P)**
Vollständige Zerlegung: **(2P)**

Lösung: 1b) $\underline{\underline{2x(y+3x)(y-3x)}}$ **(2P)**

1c) $x^2 + 5x + 6 =$

Lösungsweg:

$$x^2 + 5x + 6 = \underline{\underline{(x+3)(x+2)}}$$

Lösung: 1c) $\underline{\underline{(x+3)(x+2)}}$ **(1P)**

1d) Kürzen Sie:

$\frac{ab}{ab+b} =$

Lösungsweg:

$$\frac{ab}{ab+b} = \frac{ab}{b(a+1)} = \underline{\underline{\frac{a}{a+1}}}$$

Lösung: 1d) $\underline{\underline{\frac{a}{a+1}}}$ **(1P)**

Erreichte Punkte Aufgabe 1: **(6P)**

Aufgabe 2
(2a)-c): je 2 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichungen in der Grundmenge $\mathbb{G} = \mathbb{R}$.

2a) $2x + (x+2)^2 - (x-1)^2 = x$

Lösungsweg:

$$\begin{aligned} 2x + (x+2)^2 - (x-1)^2 &= x \\ 2x + x^2 + 4x + 4 - x^2 + 2x - 1 &= x \\ 8x + 3 &= x \\ 7x &= -3 \\ \underline{\underline{x}} &\underline{\underline{= -\tfrac{3}{7}}} \end{aligned}$$

Korrektes Auflösen der Klammern: **(1P)**

Lösungsmenge: 2a) $\underline{\underline{\mathbb{L} = \left\{-\frac{3}{7}\right\} \approx \{-0.429\}}}$ **(2P)**

2b) $\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - 1 = \frac{1}{5}$

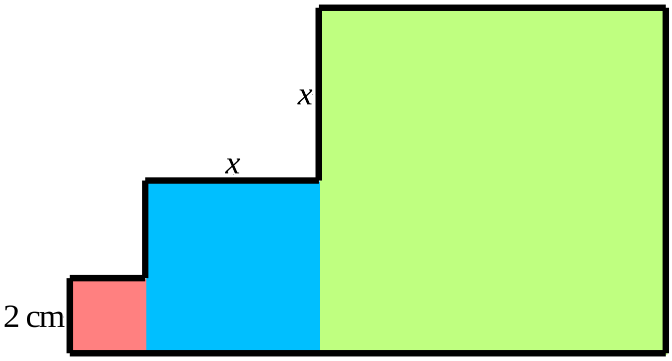
Lösungsweg:

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - 1 &= \frac{1}{5} \\ 10x + 15x - 20 &= 4 \\ 25x &= 24 \\ \underline{\underline{x}} &\underline{\underline{= \tfrac{24}{25}}} \end{aligned}$$

Korrektes Wegschaffen der Brüche: **(1P)**

Lösungsmenge: 2b) $\underline{\underline{\mathbb{L} = \left\{\frac{24}{25}\right\} = \{0.960\}}}$ **(2P)**

2c) Die drei farbigen Flächen sind Quadrate. Wie muss x gewählt werden, damit der Umfang der ganzen Figur 50 cm wird?



Lösungsweg:

$$10x + 4 = 50$$
$$10x = 46$$
$$\underline{\underline{x = \frac{46}{10}}}$$

Korrekte Gleichung: **(1P)**

Lösung: 2c) $\underline{\underline{x = 4.6 \text{ cm}}}$ **(2P)**

Erreichte Punkte Aufgabe 2: **(6P)**

Aufgabe 3

(3a)-c): je 2 Punkte)

3a) Berechnen Sie die Höhe h eines gleichseitigen Dreiecks allgemein aus der Seitenlänge a.
Die Herleitung muss ersichtlich sein.

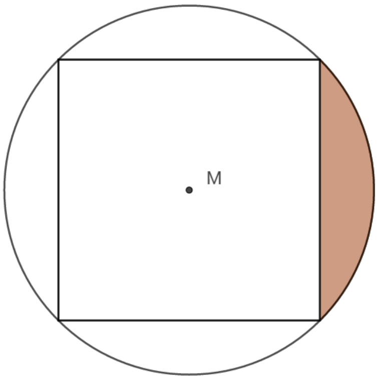
Lösungsweg:

$$h = \underbrace{\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}}_{(1P)} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \sqrt{\frac{3}{4}}a = \frac{\sqrt{3}}{2}a \approx 0.866a}}$$

Ohne Lösungsweg: **(1P)**

Lösung: 3a) $h = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}a}}$ **(2P)**

Die beiden folgenden Aufgaben beziehen sich auf die untenstehende Skizze. Die Ecken des Quadrates liegen auf dem Kreis. Der Radius des Kreises ist 10 cm lang.



3b) Berechnen Sie den Flächeninhalt *A* des Quadrates.

Lösungsweg:

Quadratseite: $s = \sqrt{2} \cdot r \approx 14.142 \text{ cm}$

$A = \left(\sqrt{2} \cdot r\right)^2 = 2r^2 = \frac{d^2}{2} = \underline{\underline{200 \text{ cm}^2}}$

Via Drachenfläche: $A = \frac{(2r)^2}{2} = 2r^2 = \frac{d^2}{2} = \underline{\underline{200 \text{ cm}^2}}$

Via Teildreiecken: $A = 4 \cdot \frac{r^2}{2} = 2r^2 = \frac{d^2}{2} = \underline{\underline{200 \text{ cm}^2}}$

Korrekte Quadratseite: **(1P)**
Korrekte Erkenntnisse via Drachenfläche/Teildreiecken: **(1P)**

Lösung:	3b) $\underline{\underline{A = 200 \text{ cm}^2}}$	**(2P)**

3c) Berechnen Sie den Flächeninhalt *A* der eingefärbten Fläche in der Einheit cm^2. Runden Sie das Ergebnis auf drei Nachkommastellen.

Lösungsweg:

$$A = A_{\text{KS}} - A_{\text{Dreieck}} = \frac{r^2\pi}{4} - \frac{2r^2}{4} = \frac{r^2\pi}{4} - \frac{d^2}{8} = \underbrace{\frac{100\pi}{4}}_{\approx 78.540} \text{ cm}^2 - 50 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{28.540 \text{ cm}^2}}$$

Korrekte Kreissektorfläche: **(1P)**

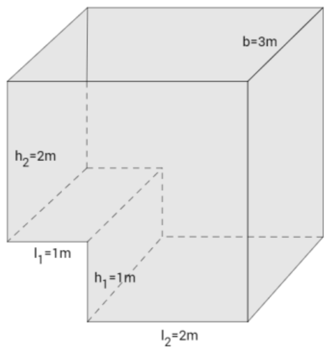
Lösung:	3c) $\underline{\underline{A = 28.540 \text{ cm}^2}}$	**(2P)**

Erreichte Punkte Aufgabe 3:	**(6P)**

Aufgabe 4

(4a)-d): je 1 Punkt, 4e): 2 Punkte)

Gegeben ist das nebenstehende Schwimmbecken.



4a) Berechnen Sie das Volumen des Schwimmbeckens in m^3.

Lösungsweg:

$$V = 1\text{m} \cdot 2\text{m} \cdot 3\text{m} + 2\text{m} \cdot 3\text{m} \cdot 3\text{m} = \underline{\underline{24\ \text{m}^3}}$$

Lösung: 4a) $\underline{\underline{V = 24\ \text{m}^3}}$ **(1P)**

4b) Geben Sie das Volumen des Schwimmbeckens in der Einheit cm^3 an. Schreiben Sie das Ergebnis mit Zehnerpotenzen.
Falls Sie Aufgabe 4a) nicht lösen konnten, dann nehmen Sie $V = 36\ \text{m}^3$ an.

Lösungsweg:

Falls $V = 24\ \text{m}^3$:

$$V = \underbrace{24\,000\,000\ \text{cm}^3}_{(0.5\text{P})} = \underline{\underline{2.4 \cdot 10^7\ \text{cm}^3}}$$

Falls $V = 36\ \text{m}^3$:

$$V = \underbrace{36\,000\,000\ \text{cm}^3}_{(0.5\text{P})} = \underline{\underline{3.6 \cdot 10^7\ \text{cm}^3}}$$

Lösung: 4b) $\underline{\underline{V = 2.4 \cdot 10^7\ \text{cm}^3}}$ **(1P)**

4c) Wie lange dauert der Füllvorgang (in Minuten), wenn 100 Liter pro Minute einfliessen?
Falls Sie Aufgabe 4a) nicht lösen konnten, dann nehmen Sie $V = 36\ \text{m}^3$ an.

Lösungsweg:

Falls $V = 24\ \text{m}^3 = 24000\ \text{l}$:

$$t = \frac{24000\ \text{l}}{100\ \text{l/min}} = \underline{\underline{240\ \text{min}}}$$

Falls $V = 36\ \text{m}^3 = 36000\ \text{l}$:

$$t = \frac{36000\ \text{l}}{100\ \text{l/min}} = \underline{\underline{360\ \text{min}}}$$

Lösung: 4c) $\underline{\underline{t = 240\ \text{min}}}$ **(1P)**

4d) Pro Minute fliessen 100 Liter Wasser ins Becken. Geben Sie die Formel zur Berechnung des eingefüllten Wasservolumens (in m^3) in Abhängigkeit der Zeit (in Stunden) an.

Lösungsweg:

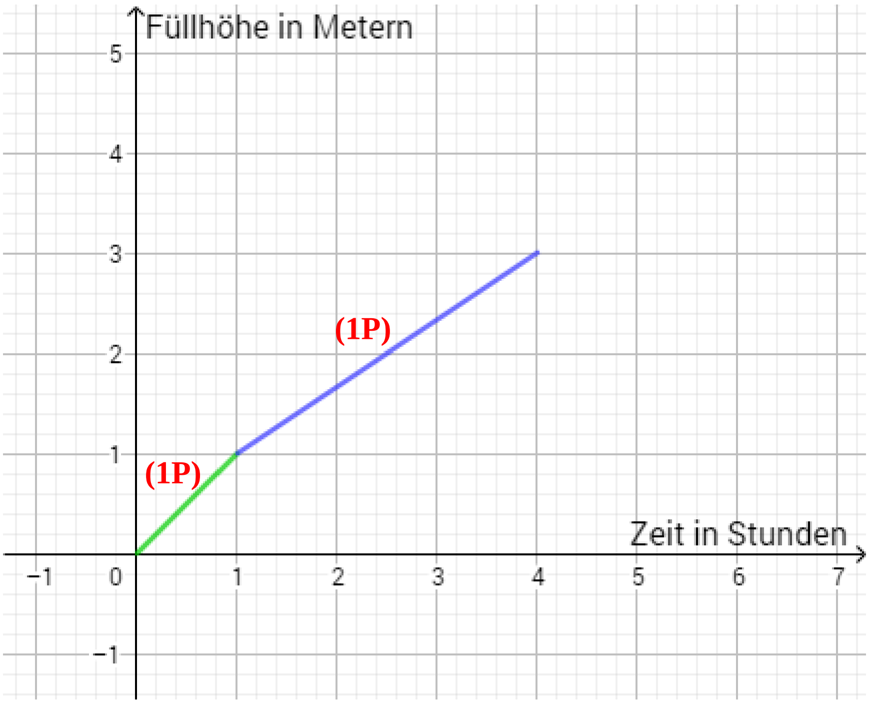
mit $1\ m^3 = 1000\ l$ und $1\ h = 60\ min$ folgt:

$V(t) = 0.1 \cdot 60 \cdot t = \underline{\underline{6 \cdot t}}$

Lösung: 4d) $\underline{\underline{V(t) = 6 \cdot t}}$ **(1P)**

4e) Pro Minute fliessen 100 Liter Wasser ins Becken. Zeichnen Sie die Füllhöhe in Abhängigkeit der Zeit in das Koordinatensystem.

Lösung:



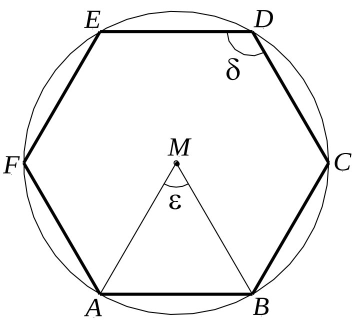
(2P)

Erreichte Punkte Aufgabe 4: **(6P)**

Aufgabe 5
(5a)-c): je 2 Punkte)

Hinweis: Ein reguläres n-Eck hat n gleich lange Seiten und einen Umkreis.

5a) Gegeben ist ein reguläres Sechseck. M ist der Umkreismittelpunkt.
Berechnen Sie den Zentriwinkel $\varepsilon = \sphericalangle AMB$ und den Innenwinkel $\delta = \sphericalangle CDE$.

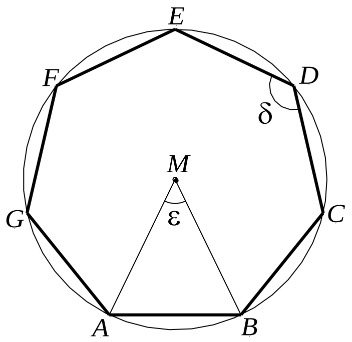


Lösungsweg:

$\varepsilon = \frac{360°}{6} = \underline{\underline{60°}}$ $\qquad$ $\delta = 2 \cdot \frac{180°-60°}{2} = \underline{\underline{120°}}$

Lösung: 5a) $\underline{\underline{\varepsilon = 60°}}$ $\quad$ $\underline{\underline{\delta = 120°}}$ **(2P)**

5b) Gegeben ist ein reguläres Siebeneck. M ist der Umkreismittelpunkt.
Berechnen Sie den Zentriwinkel $\varepsilon = \sphericalangle AMB$ und den Innenwinkel $\delta = \sphericalangle CDE$.
Runden Sie die Ergebnisse auf drei Nachkommastellen.

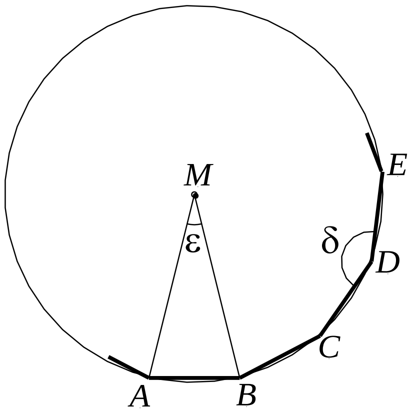


Lösungsweg:

$\varepsilon = \frac{360°}{7} = \underline{\underline{51.429°}}$ $\qquad$ $\delta = 2 \cdot \frac{180°-51.429°}{2} = \underline{\underline{128.571°}}$

Lösung: 5b) $\underline{\underline{\varepsilon = 51.429°}}$ $\quad$ $\underline{\underline{\delta = 128.571°}}$ **(2P)**

5c) Gegeben ist ein reguläres n-Eck. M ist der Umkreismittelpunkt.
Berechnen Sie den Zentriwinkel $\varepsilon = \sphericalangle AMB$ und den Innenwinkel $\delta = \sphericalangle CDE$ in Abhängigkeit von n.



Lösungsweg:

$$\varepsilon = \underline{\underline{\frac{360°}{n}}}$$

$$\delta = 2 \cdot \frac{180° - \varepsilon}{2} = 2 \cdot \frac{180° - \frac{360°}{n}}{2} = \underline{\underline{180° - \frac{360°}{n}}} = \underline{\underline{\frac{180° \cdot n - 360°}{n}}} = \underline{\underline{\frac{180°(n-2)}{n}}}$$

Lösung: 5c) $\varepsilon = \underline{\underline{\frac{360°}{n}}}$ $\delta = \underline{\underline{\frac{180°(n-2)}{n}}}$ **(2P)**

Erreichte Punkte Aufgabe 5: **(6P)**

Aufgabe 6

(6a)b): je 1 Punkt, 6c)d): je 2 Punkte)

Bei einem Tischtennis-Turnier spielt jeder einmal gegen jeden.

6a) Wie viele Spiele finden mit 5 Teilnehmern statt?

Lösungsweg:

Anzahl Teilnehmer	Anzahl Spiele
2	1
3	$2+1=3$
4	$3+2+1=6$
5	$4+3+2+1=\underline{\underline{10}}$

Lösung: 6a) $\underline{\underline{\text{10 Spiele}}}$ **(1P)**

6b) Wie viele Spiele finden mit 6 Teilnehmern statt?

Lösungsweg:

$5+4+3+2+1=\underline{\underline{15}}$

Lösung: 6b) $\underline{\underline{\text{15 Spiele}}}$ **(1P)**

6c) Wie viele Teilnehmer machen am Turnier mit, wenn 45 Spiele stattfinden?

Lösungsweg:

Anzahl Teilnehmer	Anzahl Spiele
7	$6+5+4+3+2+1=21$
8	$7+6+5+4+3+2+1=28$
9	$8+7+6+5+4+3+2+1=36$
10	$9+8+7+6+5+4+3+2+1=45$

Lösung: 6c) $\underline{\underline{\text{10 Teilnehmer}}}$ **(2P)**

6d) Wie viele Spiele finden mit *n* Teilnehmern statt?

Lösungsweg:

$$\text{Anzahl Spiele} = \underbrace{1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1)}_{(2P)} = \underline{\underline{\frac{n}{2} \cdot (n-1)}}$$

Lösung: 6d) $\underline{\underline{\text{Anzahl Spiele} = \frac{n}{2} \cdot (n-1)}}$ **(2P)**

Erreichte Punkte Aufgabe 6: **(6P)**